Ecole Multinationale Supérieure des Postes d'Abidjan

UNE ECOLE D'EXCELLENCE POUR UNE POSTE SANS FRONTIERES

CONCOURS DIRECT ET SEMI-DIRECT DES INSPECTEURS DES POSTES ET SERVICES FINANCIERS SESSION 2020

MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

DUREE : 2 H

COEFFICIENT : 1

SUJET : (voir page suivante)

➢ INSPECTEUR DIRECT ET SEMI-DIRECT

EXERCICE 1

L'un des pays membres de l'Ecole Multinationale Supérieure des Postes d'Abidjan a décidé du dépistage systématique de la maladie à coronavirus COVID -19 sur les conducteurs de véhicules.

Suite à un contrôle de routine effectué sur 50 conducteurs, 6 ont été testés positifs. Les données ont été inscrites sur les fiches cartonnées identiques et individuelles. Puis, elles ont été stockées dans un tiroir.

On tire au hasard et simultanément 3 fiches parmi les 50 fiches.

1 . Détermine le nombre de choix possibles.

2 . Calcule la probabilité de chacun des événements suivants :

A: << les trois fiches choisies indiquent que les conducteurs sont contrôlés positifs>>;

B: << 2 des 3 fiches choisies indiquent que les conducteurs sont contrôlés positifs >> ;

C: << au moins une des 3 fiches choisies indique que le conducteur est contrôlé positif >>.

EXERCICE 2

Une entreprise de services d'une ville cherche à modéliser la consommation des ménages sur les dernières années.

Le rang $x_i = 1$ est donne pour l'année 2013. La consommation est exprimée en millions de FCFA.

Année	2013	2015	2016	2017	2019
Rang de l'année x_i	1	3	4	5	7
Consommation y_i en millions de FCFA	28,5	35	52	70,5	100,5

1. Représente le nuage de points P_1 (X_i ; y_i) dans un repère orthogonal du plan (on prendra 1cm comme unité en abscisses et 1cm pour 10 millions de FCFA en ordonnées).

2. Détermine les coordonnées du point moyen G de ce nuage ; le placer dans le repère précédent.

3. On réalise un ajustement affine de ce nuage par la droite(D) d'équation : $y = 12{,}5x + b$ qui passe par le point G.

   a. Détermine la valeur de b.

   b. Trace la droite(D) dans le repère précédent

4. Détermine, à l'aide de l'ajustement précédent, la consommation estimée des ménages de cette ville en 2020.

PROBLEME

PARTIE A

Soit la fonction numérique g définie sur$]0; +\infty[$par $g(X) = 1 - X^2 - \ln X$

1) Calcule g(1).

2) a. Calcule les limites de g en 0 et en$+\infty$.

b. Etudie les variations de g puis dresser son tableau de variation sur$]0; +\infty[$.

3) a. Démontre que l'équation $g(X) = 0$ admet une solution unique α et donne la valeur de α.

b. Justifie que $\forall X \in]0; 1[$, $g(X) > 0$ et $\forall X \in]1; +\infty[$, $g(X) < 0$.

PARTIE B

Soit la fonction numérique f définie sur$]0; +\infty[$par $f(X) = \frac{X^2 - \ln X}{X}$

On note (C) la courbe représentative de f dans le repère orthogonal (O, I, J) d'unité graphique 2cm.

1) a. Détermine la limite de f en 0 et interprète graphiquement le résultat.

b. Calcule la limite de f en$+\infty$.

2) a. Démontre que la droite (D) d'équation $y = x$ est une asymptote oblique à (C) en$+\infty$.

b. Etudie la position relative de (C) par rapport a (D).

3) a. Démontre que pour tout nombre réel X strictement positif, $f'(X) = \frac{-g(X)}{X^2}$.

b. Déduis-en le sens de variation de f puis dresse son tableau de variation.

4) Détermine une équation de la tangente (T) à (C) au point d'abscisse e.

5) Représente graphiquement (C) , (D) , et (T) dans le repère (O,I, J)