



Ecole Multinationale Supérieure des Postes d'Abidjan
UNE ECOLE D'EXCELLENCE POUR UNE POSTE SANS FRONTIERES

CONCOURS DIRECT ET SEMI-DIRECT DES
INSPECTEURS DES POSTES ET SERVICES FINANCIERS
SESSION 2019

MATHEMATIQUES ET STATISTIQUES

DUREE : 2 H

COEFFICIENT : 1

SUJET : (voir page suivante)



➤ INSPECTEUR DIRECT ET SEMI-DIRECT

EXERCICE 1

On pose pour tout réel x , $P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 2x - 3$

- 1.a. Justifier que 1 est une racine de $P(x)$
- b. Vérifier que $P(x) = (x-1)(2x^2 + 5x + 3)$
- c) En déduire $P(x)$ sous forme de produit de facteurs de polynômes de degré 1

d. Justifier que $\forall x \in \left] \frac{-3}{2}; -1 \right[\cup]1; +\infty[; P(x) > 0$

2. Utiliser les résultats de la question 1 pour résoudre dans \mathbb{R} :

- a. L'équation (E) : $2 \ln^3 x + 3 \ln^2 x - 2 \ln x - 3 = 0$
- b. L'inéquation (I) : $(\ln x)^2 - 1)(2 \ln x + 3) > 0$

EXERCICE 2

Le tableau suivant donne de 2010 à 2017 et dans cet ordre le nombre de membres d'une coopérative de production de cacao et la production annuelle (en tonne) réalisée par ses coopérateurs.

Nombre de membres x_i	10	15	17	20	24	27	29	30
Production annuelle réalisée (tonne) y_i	48	62	77	86	112	130	137	140

1. Représenter le nuage de points $M_i(x_i; y_i)$ dans un repère orthogonal.

Unité : 1 cm pour deux personnes en abscisses

1 cm pour 10 tonnes en ordonnées

2. Déterminer les coordonnées du point moyen G du nuage de points et placer G sur le graphique.
3. a. Calculer $V(x)$ et $V(Y)$ les variances de la série double (X, Y)
- b. Calculer $\text{cov}(X, Y)$, la covariance de la série double (X, Y)
- 4.a. Déterminer l'arrondi d'ordre 2 du coefficient de corrélation linéaire entre X et Y
- b. Vérifier que la valeur trouvée justifie un ajustement linéaire entre X et Y



- 5.a. Prouver qu'une équation de la droite de régression de y en x obtenue par la méthode des moindres carrés est $y = 4,92x - 6,78$ (les coefficients sont arrondis à 0,01 près)
- b. Tracer cette droite dans le repère précédent.
6. Pour l'année 2018, la coopérative a enregistré l'arrivée de quatre nouveaux membres. En se référant à l'ajustement réalisé à la question 5a, quelle devrait être la production de cette coopérative à la fin de l'année 2018 ?
7. En fait, la production en 2018 de cette coopérative a été de 170 tonnes. Le prix du kilogramme de cacao était de 850 FCFA.
- a. Quel est le chiffre d'affaire de cette coopérative pour l'année 2018 ?
- b. 75% de ce chiffre d'affaire est partagé aux coopérateurs. Quelle est en moyenne la part de chacun d'eux ?

PROBLEME

PARTIE A

Soit g la fonction dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ définie par : $g(x) = x + 1 - \ln x$

1. a. Soit g' la fonction dérivée de g . Pour tout nombre réel strictement positif, calculer $g'(x)$ et déduire le sens de variation de g
- b. Dresser le tableau de variation de g (on ne demande pas de calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition).
- 2.a. Justifier que $g(1)$ est le minimum de g sur l'intervalle $]0; +\infty[$
- b. Déduire de la question précédente que : $\forall x \in]0; +\infty[, g(x) > 0$

PARTIE B

Soit f la fonction définie et dérivable sur l'intervalle $]0; +\infty[$ telle que : $f(x) = \left(\frac{x+1}{x}\right) \ln x - 1$

On désigne par (Cf) la courbe représentative de la fonction f dans le repère orthonormal (O, I, J) d'unité graphique 2 cm.

- 1.a. $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$. Donner une interprétation graphique du résultat
- b. calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ et en déduire une interprétation graphique

2. On note f' la fonction dérivée de f

2.a. Calculer $f'(x)$ et prouver que $\forall x \in]0; +\infty[, f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

b. En déduire le sens de variation de f et son tableau de variation



3. a. Justifier que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique $\alpha > 0$

b. Prouver que $\alpha \in]1,9;2[$

4.a. Déterminer l'ordonnée du point A de (Cf) d'abscisse 1

b. Déterminer une équation de la tangente (T) en A à (Cf)

5.a. Recopier puis compléter le tableau de valeurs suivant

x	0,5	1	2	3	4	5	6
Arrondi d'ordre 1 de $f(x)$	-3,1		0,04			0,9	

b. Tracer la tangente (T) et la courbe (Cf) .